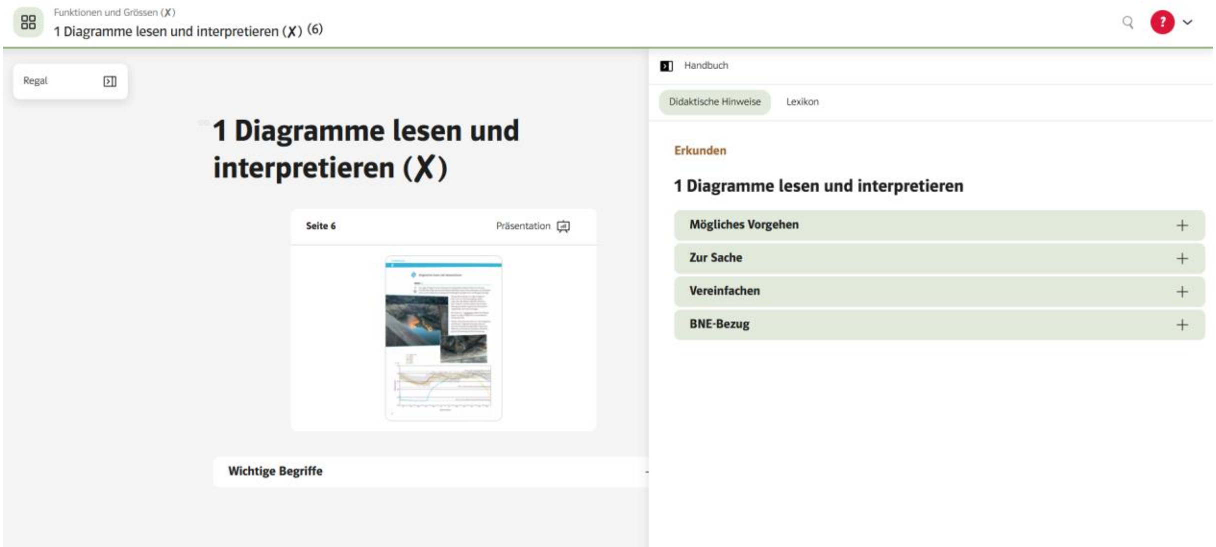
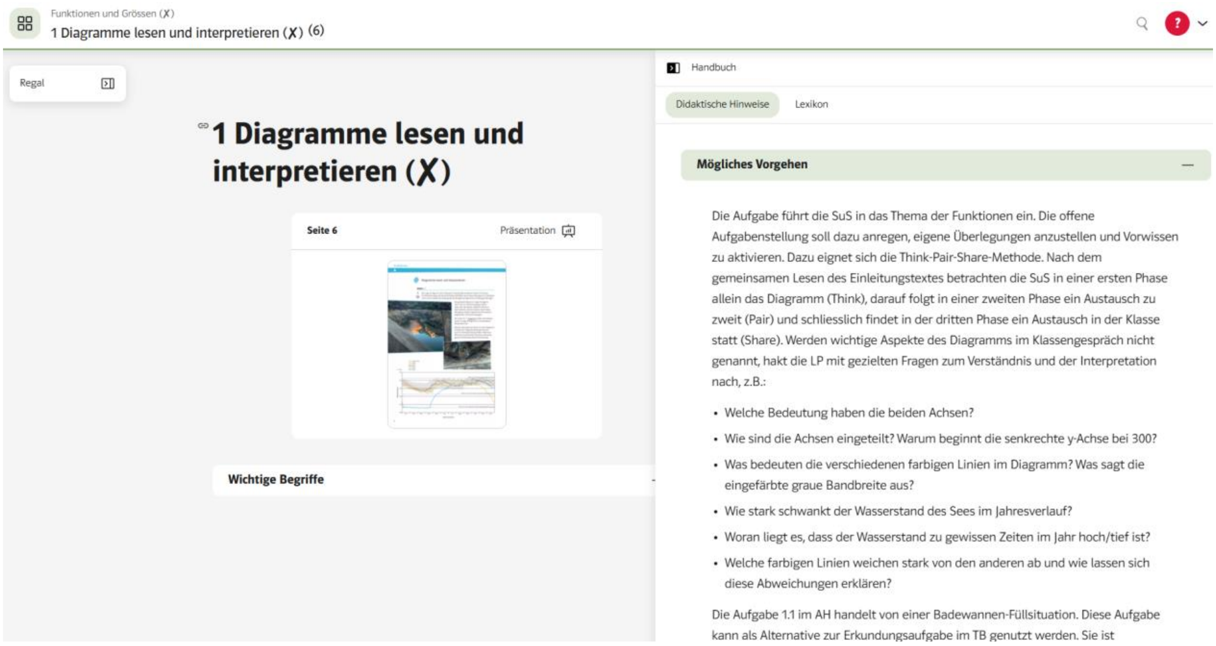
Digitaler Begleitband (aufgabengenaue Hinweise mit didaktischen Kommentaren)

Im digitalen Raum unter «Handbuch» finden Sie aufgabengenaue Hinweise mit didaktischen Kommentaren sowie Anmerkungen zur Differenzierung.





Damit Sie sich einen ersten Eindruck verschaffen können, finden Sie nachfolgend die Hinweise zur Lernumgebung A «Funktionen» in einem Dokument zusammengetragen.

A Funktionen

1 Diagramme lesen und interpretieren – Erkunden

Mögliches Vorgehen

Die Aufgabe führt die SuS in das Thema der Funktionen ein. Die offene Aufgabenstellung soll dazu anregen, eigene Überlegungen anzustellen und Vorwissen zu aktivieren. Dazu eignet sich die Think-Pair-Share-Methode. Nach dem gemeinsamen Lesen des Einleitungstextes betrachten die SuS in einer ersten Phase allein das Diagramm (Think), darauf folgt in einer zweiten Phase ein Austausch zu zweit (Pair) und schliesslich findet in der dritten Phase ein Austausch in der Klasse statt (Share). Werden wichtige Aspekte des Diagramms im Klassengespräch nicht genannt, hakt die LP mit gezielten Fragen zum Verständnis und der Interpretation nach, z.B.:

- Welche Bedeutung haben die beiden Achsen?
- Wie sind die Achsen eingeteilt? Warum beginnt die senkrechte y-Achse bei 300?
- Was bedeuten die verschiedenen farbigen Linien im Diagramm? Was sagt die eingefärbte graue Bandbreite aus?
- Wie stark schwankt der Wasserstand des Sees im Jahresverlauf?
- Woran liegt es, dass der Wasserstand zu gewissen Zeiten im Jahr hoch/tief ist?
- Welche farbigen Linien weichen stark von den anderen ab und wie lassen sich diese Abweichungen erklären?

Die Aufgabe 1.1 im Arbeitsheft handelt von einer Badewannen-Füllsituation. Diese Aufgabe kann als Alternative zur Erkundungsaufgabe im TB genutzt werden. Sie ist niederschwelliger, da nur ein Graph im Koordinatensystem eingezeichnet ist, beide Achsen bei 0 beginnen und die Achsen nicht skaliert sind – es geht um eine rein qualitative Beschreibung des Graphen zu einer bekannten Alltagssituation. Das Diagramm wird in diesem Fall ohne die Zuordnungselemente (z.B. «Wasser spritzen») präsentiert.

Zur Sache

Volumen kann man als Raummass (in m^3) und als Hohlmass (in l) angeben. Die eingefüllte Wassermenge wird in LU A konsequent als Volumen bezeichnet. Die Beschriftung der Achsen in Diagrammen ist beim Lesen und Interpretieren von Graphen von zentraler Bedeutung. Es ist zudem wichtig zu beachten, wie die Achsen eingeteilt (skaliert) sind. In diesem Diagramm ist die y-Achse zum Beispiel so skaliert, dass der Abstand zwischen zwei Markierungen für einen Höhenunterschied von 40 cm steht. Im Alltag gibt es wie in diesem Beispiel oft Diagramme, in denen eine Achse nicht bei 0 beginnt, um den relevanten Bereich deutlicher sichtbar zu machen. Allerdings ist es wichtig, dies transparent zu machen, da eine nicht-null-basierte Skala manchmal irreführend sein kann.

In dieser Aufgabe werden die SuS mit allen drei zentralen Grundvorstellungen des funktionalen Denkens nach Vollrath (1989) konfrontiert:

1. Die Zuordnungsvorstellung bezieht sich darauf, dass eine Funktion einer Grösse eine zweite zuordnet, dabei wird die zugeordnete Grösse als abhängig von der ersten Grösse erachtet. Eine Funktion beschreibt somit einerseits einen Zusammenhang zwischen zwei Grössen, andererseits ist sie eine eindeutige Zuordnung. Aus dem Diagramm kann konkret abgelesen werden, wie hoch der Wasserstand zu einem bestimmten Zeitpunkt im Jahr war.
2. Bei der Kovariationsvorstellung steht das Änderungsverhalten im Mittelpunkt. Man erkennt, wie sich die eine Grösse in Abhängigkeit von der anderen Grösse verändert. Diese Grundvorstellung wird durch Sätze wie «je grösser x wird, desto grösser wird y» verdeutlicht.

Beim Diagramm erkennt man beispielsweise, dass in den ersten drei Monaten des Jahres der Wasserstand kontinuierlich sinkt.

3. Mit der Grundvorstellung «Sicht als Ganzes» rückt die Funktion als Ganzes in den Fokus. Es geht nicht mehr nur um einzelne Wertepaare, sondern um die Menge aller Wertepaare. In dieser Sichtweise werden Eigenschaften wie Wachstum, Abnahme, Extrempunkte, Symmetrien oder Periodizitäten erkannt.

Vereinfachen

Für Lernfortschritt 1:

- Sich auf einen farbigen Graphen beschränken.
- Einen Fragenkatalog vorgeben (siehe «Mögliches Vorgehen»).
- Aufgabe durch Badewannen-Füllsituation aus AH ersetzen (siehe «Mögliches Vorgehen»).

Hinweis BNE

Lehrplan 21: Natürliche Umwelt und Ressourcen

Fachübergreifende Themen:

- RZG/Geografie: Rohstoffe und Energieträger
- NT/Physik, Chemie, Biologie: Energieformen und Energieumwandlungen
- TTG: Prozesse und Produkte/Funktionen und Konstruktion/Elektrizität/Energie (5d/5f)

Umsetzung:

Die Aufgabe bietet einen echten BNE-Bezug, wenn eine Auseinandersetzung mit Fragen zu Energie und Energieproduktion stattfindet. Es ist denkbar, auf unterschiedliche Energieformen und die Erzeugung von erneuerbarer elektrischer Energie einzugehen und dies mit RZG, NT und TTG im Rahmen eines projektartigen Unterrichts zu verbinden.

2 Füllhöhen messen und Veränderungen grafisch darstellen – Erkunden

Mögliches Vorgehen

Aufgabe 2 bearbeiten die SuS zu zweit oder zu dritt. Bevor sie damit beginnen, führt die LP eine Messung vor und weist auf die Gelingensbedingungen hin: senkrechtes Halten des Massstabes sowie genaues Abmessen des Volumens und Ablesen der Füllhöhe. Das Experiment ist unbedingt durchzuführen, bevor mit der Applet-Simulation gearbeitet wird. Im Anschluss an die Bearbeitung von Aufgabe 2 findet ein Klassengespräch statt, in welchem folgenden Punkte besprochen werden:

- Welche Bedeutung hat ein von euch eingezeichneter Punkt im Koordinatensystem?
- Was hat sich an der Darstellung im Koordinatensystem durch die kleineren Einfüllmengen bei **Lernimpuls B** verändert?
- Was hat sich an der Darstellung im Koordinatensystem durch das Einfüllen mit einem gleichmässigen Wasserstrahl verändert? Zusätzlich verbinden die SuS ihre eigenen Messdaten zu einem Graphen (nicht mit Lineal!) und vergleichen ihn mit dem Applet-Graphen: Gibt es Abweichungen? Mögliche Ursachen? (Der Stehkolben im Applet kann dem benutzten Stehkolben angepasst werden.)
- Verlauf des Graphen besprechen: Wann wird der Graph steiler? Wann flacher? Wann steigt er gleichmässig? Warum?

Gruppen, die die Aufgabe schnell abschliessen, bearbeiten als Zusatz die Aufgabe 2.1 aus dem AH E. Dort wird ein Gefäss ähnlich dem Stehkolben gleichmässig geleert und der Zusammenhang zwischen Füllhöhe und Zeit untersucht (Auswirkung des Druckverlusts kann vernachlässigt werden). Als vorbereitende Hausaufgabe auf die darauffolgende Lektion können die SuS eigene möglichst speziell geformte Gefässe mit in den Unterricht bringen. Zu diesen können in der Folgelektion nach der Bearbeitung von Aufgabe 3 passende Füllgraphen skizziert und verglichen werden.

Zur Sache

In dieser experimentgestützten Aufgabe beobachten die SuS die Abhängigkeit der Füllhöhe im Stehkolben von der Anzahl der zugegebenen Flüssigkeitsportionen und halten ihre Beobachtungen als Zahlenprotokoll in einer Wertetabelle fest. Anschliessend stellen sie ihre Messdaten in einem Koordinatensystem dar. Dabei steht die Zuordnungsvorstellung des funktionalen Denkens im Zentrum: Bei einem bestimmten Volumen im Gefäss steht das Wasser auf einer bestimmten Höhe. Werden bei Lernimpuls B die zugegebenen Flüssigkeitsportionen immer kleiner, führt dies zur Darstellung des Graphen einer stetig wachsenden Funktion. Im Zentrum steht die Interpretation des Graphen, also der grobe Verlauf des Graphen sowie der Zusammenhang der beiden Grössen. Die SuS entwickeln ein Gefühl für die Abhängigkeit der beiden Grössen: Wo das Gefäss weit ist, steigt die Füllhöhe beim Einfüllen langsam an, während sie im engen Gefässhals schneller ansteigt. Es ist wichtig, dass den SuS bewusst ist, für welche Grössen die beiden Achsen des Koordinatensystems stehen. Wie in Aufgabe 1 steht die y-Achse für die Füllhöhe. Die x-Achse stellt nun aber das Volumen in ml und nicht mehr die Zeit dar.

Materialien

- Gefäss für Wasservorrat
- Massstab, direkt bei 0 beginnend
- Messgefäss wie Messbecher, Messzylinder oder Einwegspritze (50 ml oder 100 ml)
- Stehkolben (500 ml)
- GG 1A2B Stehkolben füllen
- KV 1A2A Tabelle und Koordinatensystem

Vereinfachen

Für Lernfortschritt 1:

- Aufbau der Wertetabelle erklären und sprachlich unterstützen: Wenn du 50 ml eingefüllt hast, beträgt die Füllhöhe 1.3 cm.
- Unterstützen beim Abmessen der Wasserportionen auf ml und beim Ablesen der Füllhöhen auf mm genau.
- Auf der KV die Achsen des Koordinatensystems vorbereitend skalieren.

3 Füllgraphen untersuchen – Ordnen

Mögliches Vorgehen

In **Lernimpuls A** skizzieren die SuS zu drei Gefässen einen entsprechenden Füllgraphen. Um Vorstellungsbilder aufzubauen und zu festigen, werden Veränderungen gemeinsam sprachlich formuliert und diskutiert: «Das Gefäss ist überall gleich weit, also wächst die Füllhöhe gleichmässig. Der Graph steigt ebenfalls gleichmässig. Es ist eine gerade Linie.» (Gefäss 1) «Das Gefäss wird oben immer schmaler, also wächst die Füllhöhe immer schneller. Der Graph wird immer steiler.» (Gefäss 2) «Das Gefäss wird oben immer weiter, also steigt die Füllhöhe immer langsamer. Der Graph wird immer flacher.» (Gefäss 3)

In A haben alle drei Gefässe das gleiche Volumen, das bedeutet, dass sich alle Graphen bei vollen Gefässen in einem Punkt treffen. Die Bedeutung dieses Punktes wird in der Klasse geklärt.

In **Lernimpuls B** diskutieren und untersuchen die SuS darauf aufbauend, wie sich Veränderungen in der Gefässform auf den Graphen auswirken. Um die Inhalte zu vertiefen könnten nach dieser Aufgabe zu mitgebrachten Gefässen Füllgraphen skizziert und verglichen werden.

In **Lernimpuls C** zeichnen die SuS Füllgraphen nicht mehr ausgehend von der Form von Gefässen, sondern von Tabellen, die Volumen und die zugeordneten Füllhöhen enthalten. Zudem wird der Begriff der Proportionalität, welcher in den weiteren drei Aufgaben dieser LU thematisiert wird, eingeführt.

Zu Gefässen und ihren Füllgraphen kann leicht ein reichhaltiges spielerisches Übungsangebot entwickelt werden. Für ein Memo-Spiel erhalten beispielsweise alle SuS zwei leere quadratische Blanko-Karten und zeichnen auf die eine Karte ein Gefäss und auf die andere den entsprechenden Füllgraphen. In Gruppen kann auch ein Dominospiel erstellt werden. Dazu werden rechteckige, in zwei Hälften unterteilte Karten gebraucht. Auf die erste Karte wird auf eine Seite «Start» geschrieben und auf die andere ein Gefäss gezeichnet. Auf die nächste Karte kommt auf die eine Seite der dazu passende Füllgraph und auf die andere ein neues Gefäss.

Zur Sache

In dieser Aufgabe stehen die unterschiedlichen Darstellungsformen von Funktionen im Zentrum: Handlung (Füllvorgang eines Gefässes), Wertetabelle und Graph. Der Funktionsterm als weitere wichtige Darstellungsform wird später in LU H eingeführt. Die einzelnen Darstellungsformen bedienen spezifische Grundvorstellungen. In der Tabelle rückt die quantitative Zuordnung in den Vordergrund, da einzelne Wertepaare direkt abgelesen werden können. Aus einem Graphen kann man einzelne Wertepaare ebenfalls ablesen. Zudem veranschaulicht er die Funktion, sodass die Sicht aufs Ganze ins Zentrum rückt. Der Funktionsterm ist eine Verdichtung der Vorstellungen in eine Formel, in der sowohl die Grundvorstellung der Zuordnung als auch jene von der Kovariation auf engstem Raum erkennbar sind. Die SuS üben in dieser Aufgabe, eine Darstellung in eine andere zu übersetzen. Dies ist zentral für ein vertieftes Verständnis von Funktionen. Ein häufiger Fehler beim Interpretieren von Graphen ist der sogenannte Graph-als-Bild-Fehler. Die SuS lassen sich von visuellen Aspekten fehlleiten und interpretieren den Graphen als reales Situationsabbild. Die Teilaufgabe 3.3A im AH wirkt dieser Fehlvorstellung entgegen.

Materialien

- GG 1A3B Gefässe und ihre Füllgraphen untersuchen

Vereinfachen

Für Lernfortschritt 1:

- Ähnliche Gefässe (Standzylinder, Erlenmeyerkolben) wie die in A abgebildeten nochmals analog Aufgabe 2A mit Wasser füllen, die Füllhöhen ablesen und protokollieren. Anschliessend den Graphen in ein Koordiantensystem zeichnen.
- B: Nur drei verschieden breite Standzylinder betrachten und die Auswirkungen auf den Füllgraphen diskutieren.

4 Proportionale Zusammenhänge erkunden – Erkunden

Mögliches Vorgehen

Lernimpuls A: Die SuS tauschen zuerst Vermutungen aus. Mithilfe der Angaben in der Tabelle bestimmen sie dann die exakten Werte der vier Geldmengen. Bei den ersten drei Geldmengen wächst der Wert proportional zur Höhe/Anzahl/Gewicht, bei der vierten quadratisch mit der Länge und der Breite des Pults.
In **Lernimpuls B** beurteilen die SuS Aussagen zu Beziehungen zwischen Grössen. Für weitere Untersuchungen können sie das zur Verfügung stehende Applet nutzen.
Lernimpuls C ist ein weiterführender Impuls, der auch als Hausaufgabe vorbereitbar ist. Die SuS entwickeln eigene Fragen, tauschen sie in Gruppen von vier bis sechs SuS aus und bearbeiten sie. Dadurch entsteht ein reichhaltiges Übungsangebot zum Rechnen mit Proportionalität. Zum Abschluss wird die eine oder andere Aufgabe im Plenum diskutiert.

Zur Sache

Die SuS beschäftigen sich seit der 4. Klasse mit der Proportionalität. Es gilt, die vorhandenen Kenntnisse aufzunehmen und zu systematisieren.
Die folgenden Eigenschaften eines proportionalen Zusammenhangs können an einer Wertetabelle repetiert werden:

•Jedes Vielfache eines Zahlenpaars ergibt wieder ein Zahlenpaar der Tabelle.

$\cdot 2$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5

$\cdot 2$

• Jede Summe zweier Zahlenpaare ergibt wieder ein Zahlenpaar der Tabelle.

$+$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5

$+$

• Jede Zahl der oberen Zeile multipliziert man mit dem gleichen Proportionalitätsfaktor und erhält so die entsprechende Zahl in der unteren Zeile.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.5	3	4.5	6	7.5	9	10.5	12	13.5

$\cdot 1.5$

Materialien

- evtl. Fünfräppler
- Karteikarten
- TK 1A4A Mit Münzen rechnen

Vereinfachen

Für Lernfortschritt 1:

- Nur mit Lernimpuls A arbeiten: Fünfräppler stapeln, wiegen und auslegen lassen. Dazu eine Wertetabelle erstellen lassen. Besprechen, wie der Wert der Geldmenge berechnet werden kann.

5 Mit Zwei-, Drei- und Vielsätzen rechnen – Ordnen

Mögliches Vorgehen

In **Lernimpuls A** suchen die SuS verschiedene Möglichkeiten, um den Preis von 375 g Pistazien zu berechnen. Durch den Vergleich mit anderen lernen sie neue Vorgehensweisen kennen, falls sie bis anhin solche Aufgaben zur Proportionalität immer nach dem gleichen Schema gelöst haben. Es bietet sich bereits in diesem ersten Lernimpuls an zu diskutieren, welche Rechenwege besonders geschickt sind und bei welchen Wegen ein Taschenrechner benötigt wird.
Lernimpuls B: Das Verstehen von unterschiedlichen Rechenwegen und deren Beurteilung stehen auch hier im Zentrum.
In **Lernimpuls C** kommt die Darstellung eines proportionalen Zusammenhangs mit einem Graphen dazu. In der Klasse werden die gewählten Skalierungen des Koordinatensystems verglichen. Zudem wird diskutiert, warum die drei Geraden unterschiedlich steil sind.
Lernimpuls E bildet den Abschluss mit einem offenen Auftrag zur Proportionalität in einer Einkaufssituation.

Zur Sache

Lernende greifen oft zu bekannten Strategien, um gesuchte Werte zu berechnen und setzen sie unreflektiert ein. Das Herunterrechnen auf eine Einheit, wie es im Dreisatz verwendet wird, ist ein Beispiel dafür. Verschiedene Vorgehensweisen gegenseitig vorzustellen hilft dabei, solche automatisierten Verfahren zu durchbrechen. Entsprechend der Anzahl verwendeter Schritte machen die SuS Zwei-, Drei- oder Vielsätze. In **Lernimpuls B** studieren sie verschiedene vorgegebene mögliche Rechenwege. Durch die Reflexion dieser Strategien lernen sie, sie zukünftig flexibel und aufgabenspezifisch einzusetzen.

Bei linearen Funktionen gilt, dass pro Einheit immer gleich viel hinzukommt oder weggenommen wird. Bei Proportionalitäten gilt zusätzlich, dass das Wertepaar (0/0) ein Element der Zuordnung ist und entsprechende Graphen daher durch den Nullpunkt verlaufen. In **Lernimpuls C** ist dieses Charakteristikum offensichtlich und soll thematisiert werden.
Die Tabellen im TB und AH erscheinen teilweise im Hoch- und teilweise im Querformat, da die SuS mit beiden Darstellungsweisen umgehen können müssen.

Materialien

– KV 1 A5B Rechenwege

BNE-Bezug

Lehrplan 21:

Wirtschaft und Konsum, Natürliche Umwelt und Ressourcen

Im Rahmen von BNE lassen sich anhand dieser Aufgabe Aspekte von nachhaltigem Konsum thematisieren: Produkte aus dem Supermarkt sind oft in Plastik eingepackt. Bis zu 5 % der weltweit produzierten Kunststoffe landen im Meer, wo es mehrere hundert Jahre dauert, bis sich Kunststoff wieder zersetzt. Meerestiere sterben, da sie sich in Plastikteilen verheddern oder sie essen. Sie nehmen zudem kleinste Plastikteile auf, wodurch dieses Mikroplastik über die Nahrungskette in den Körper des Menschen kommt.

Vereinfachen

Für Lernfortschritt 1:

- Falls SuS die Struktur einer Proportionalitätstabelle nicht verstehen, diese zuerst klären: Zusammengehörige Wertepaare erkennen, versprachlichen und die Beziehung zu anderen Wertepaaren beschreiben: 100 Gramm Pistazien kosten 1.80 Franken. 200 Gramm sind das Doppelte davon und kosten somit 3.60 Franken.
- Lernimpuls C: Koordinatensystem vorgeben und Wertepaare aus einer Wertetabelle mit den Preisen der einzelnen Nuss-Sorten bei unterschiedlichen Mengen darin einzeichnen lassen. Diese verbinden lassen und besprechen, warum alle Wertepaare auf einer Gerade liegen und weshalb die Gerade durch den Ursprung verläuft.

6 Zwei Skalen übereinanderlegen – Vertiefen

Mögliches Vorgehen

Zu zweit erhalten die SuS ein Meterband und neun Ziffernkarten. Die Ziffernkarten können auch selbst hergestellt werden.
Lernimpuls A: Die SuS spielen das Spiel und machen sich weiterführende Gedanken dazu. Es ist möglich, dass je nach Ort der ersten Ziffer nicht mehr alle anderen Ziffern gelegt werden können. Diese Entdeckung kann in der Klasse thematisiert werden. Eingrenzend kann so gespielt werden, dass die erste Ziffernkarte so gelegt werden muss, dass alle anderen auf dem Meterband Platz finden.
Lernimpuls B zeigt eine (historische) Alltagssituation, in welcher lineare Skalen übereinander gelegt wurden. Die SuS untersuchen die Funktionsweise einer alten Ladenwaage und entwickeln selber Preisskalen für weitere Kilogrammpreise. Im selben Kontext üben die SuS im Applet das Überschlagen von Preisen und Mengen in verschiedenen Aufgabentypen.

Zur Sache

Immer wenn man zwei lineare Skalen so übereinanderlegt, dass sie einen gemeinsamen Nullpunkt haben, entsteht ein proportionaler Zusammenhang. Dies hat man früher genutzt, um beispielsweise Preisskalen an Waagen herzustellen. Im AH, Aufgabe 6.1B findet sich mit einem Massstab mit Zentimeter- sowie Zollangaben ein weiteres Alltagsbeispiel dafür.

Mit den beiden übereinandergelegten Skalen werden die Eigenschaften der Proportionalität nochmals deutlich: Die Proportionalität zeigt das Verhältnis von zwei Grössen, wobei jedem Grössenwert ein anderer Wert zugeordnet ist.

Materialien

- KV 1A6A Meterband
- Ziffernkarten von 1 bis 9
- GG 1A6B Preise und Mengen überschlagen

Vereinfachen

Für Lernfortschritt 1:

- A: die erste Ziffernkarte so vorgeben, dass alle Karten auf dem Meterband Platz haben und die Berechnungen einfach bleiben (z.B. 2 zu 6 cm legen)