

4

Symmetrien entdecken und untersuchen

Achsensymmetrie
Bei der Achsensymmetrie wird an einer Achse gespiegelt.



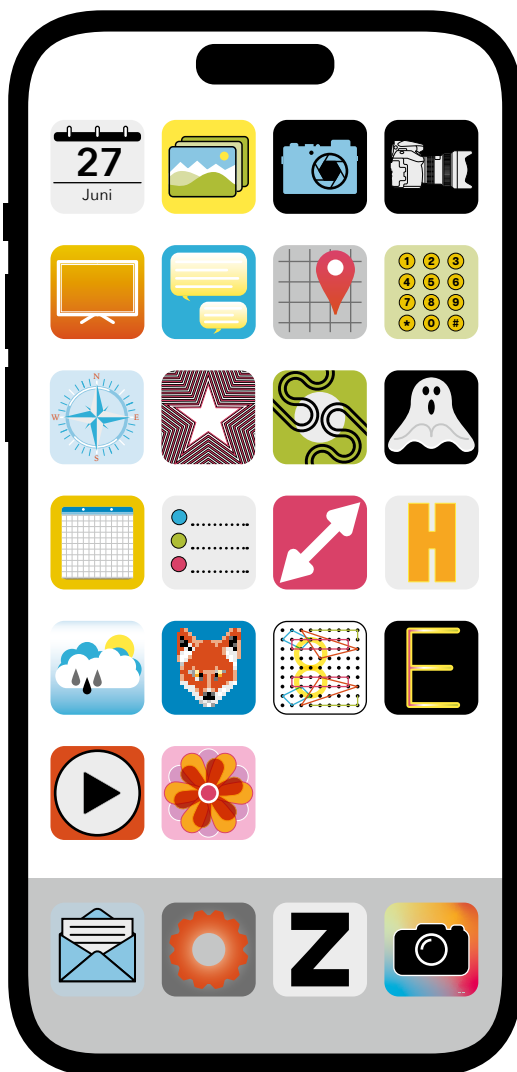
Punktsymmetrie
Bei der Punktsymmetrie wird an einem Punkt gespiegelt. Dies entspricht einer Drehung um 180°.



Drehsymmetrie
Bei der Drehsymmetrie gibt es ein Zentrum, um das gedreht wird. Der Drehwinkel liegt zwischen 0° und 360°.



Asymmetrie
Es kommt keine der drei Symmetriearten vor.



KV 1G4A Symmetrien in App-Icons

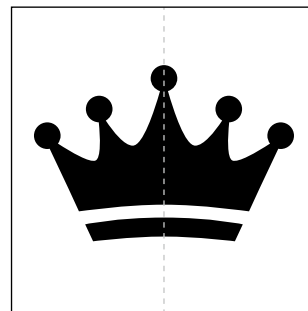
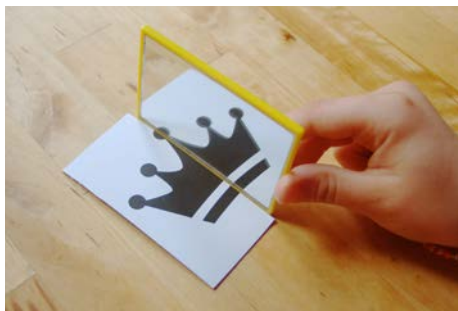
Das Wort «App» ist die Abkürzung für **Application** (Anwendung). **Icons** sind grafische Symbole für Anwendungsprogramme.

- A** Für Smartphones und Tablets gibt es viele Apps. Die Icons der Apps sind oft symmetrisch.
- 1 Untersucht die Icons und ordnet sie den verschiedenen Arten von Symmetrie zu.
 - 2 Begründet eure Entscheidung.
 - 3 Entwerft ein eigenes Icon für eine App. Das Icon muss symmetrisch sein.
- B** Halte dein Wissen zu den Arten von Symmetrie in den ↗ **Denkspuren** fest.

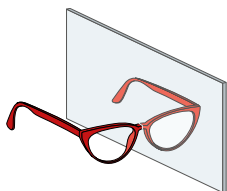
5 Achsensymmetrie und Punktsymmetrie unterscheiden



A Ob eine ebene Figur achsensymmetrisch ist, könnt ihr leicht mit einem Spiegel überprüfen. Falls ihr keinen Spiegel zur Hand habt, könnt ihr das Smartphone oder das Tablet als Spiegel benutzen.



Bei räumlichen Figuren, wie zum Beispiel Brillen, Gebäuden, Fahrzeugen oder Tieren, spricht man von Ebenensymmetrie.



- 1 Sammelt Abbildungen oder Fotos, die achsensymmetrisch sind.
- 2 Sind Gesichter achsensymmetrisch? Beantwortet die Frage mithilfe von Digitalfotos und einem Spiegel.



KV 1G5B Spielkarten, **GG 1G5B** Spielkarten

B Viele Spielkarten sind symmetrisch. Das Kreuz-Ass hat eine senkrechte Symmetrieachse. Die eingezeichneten Punkte B, C und D nennt man Originalpunkte. Die gespiegelten Punkte B', C' und D' sind Bildpunkte.

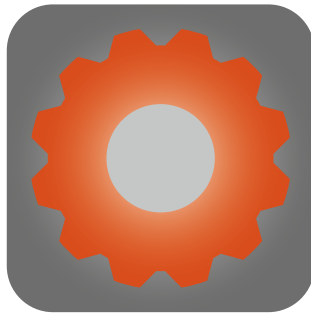
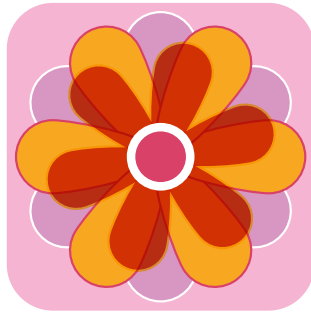
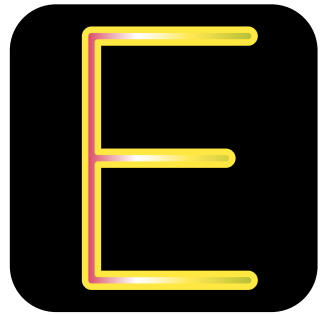
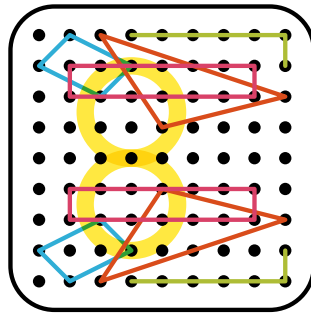


- 1 Seht euch die zwei anderen Spielkarten an und untersucht ihre Symmetrien. Beschreibt die Unterschiede zwischen den drei Karten.
- 2 Dreht alle Spielkarten um 180° und diskutiert eure Feststellung.

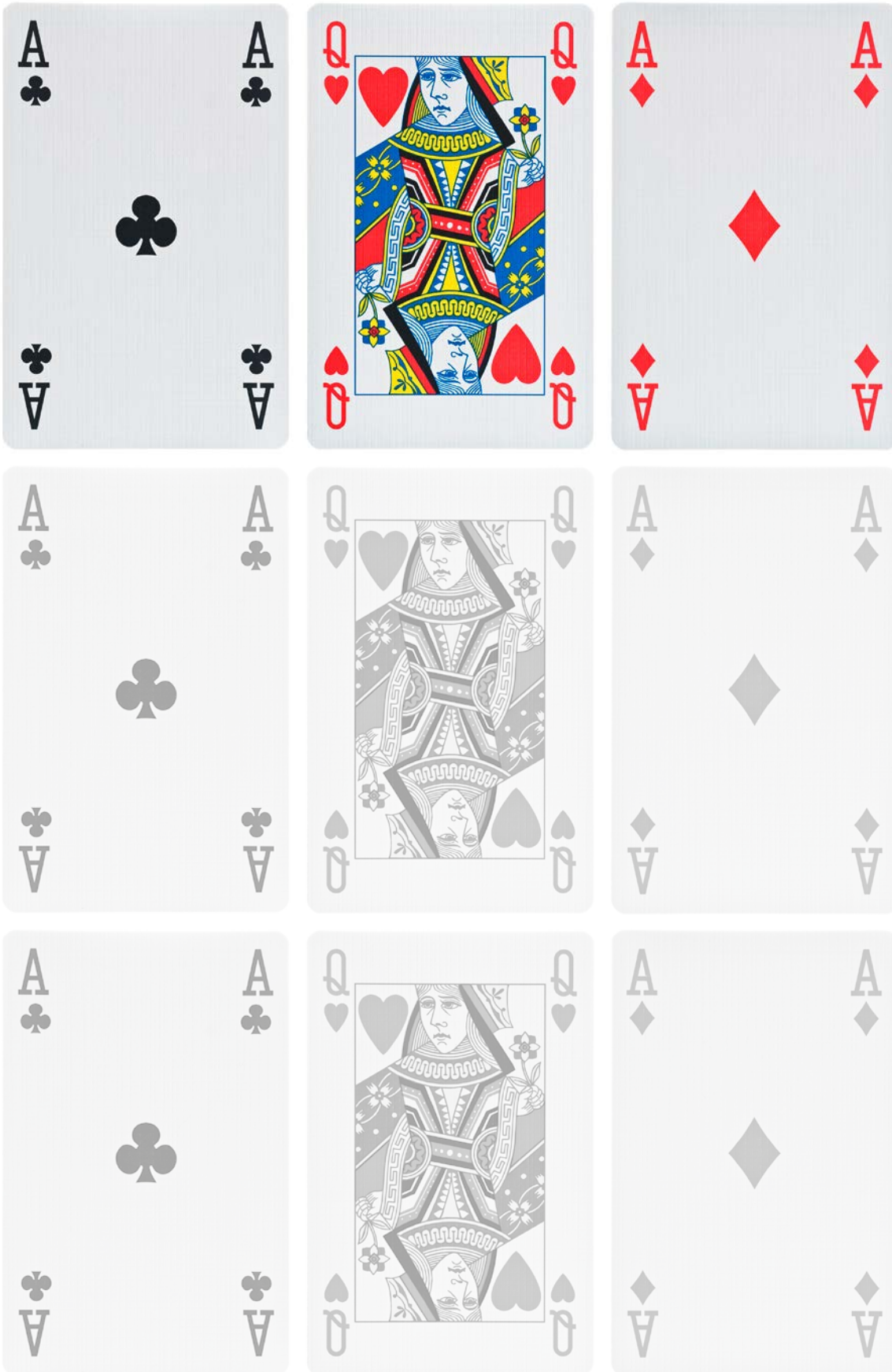
Symmetrien in App-Icons



Symmetrien in App-Icons



Spielkarten



4

Symmetrien entdecken und untersuchen



Abbildung 1

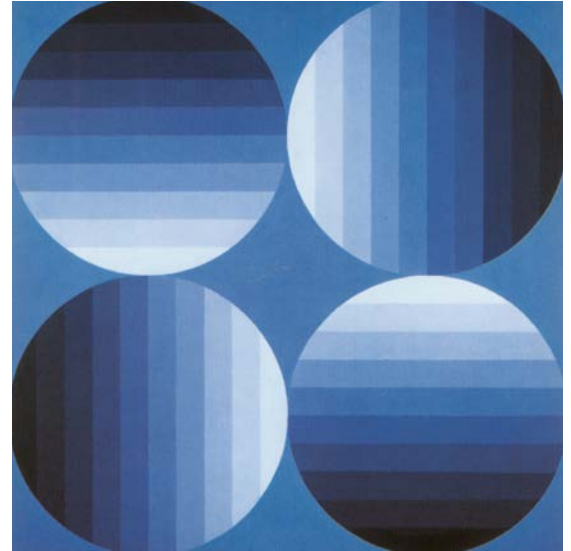


Abbildung 2

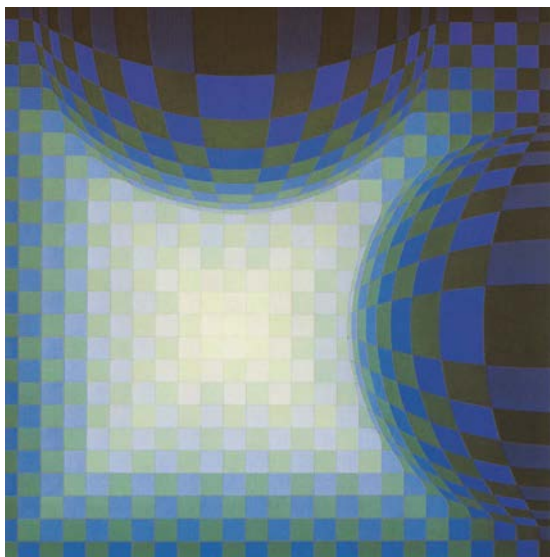


Abbildung 3

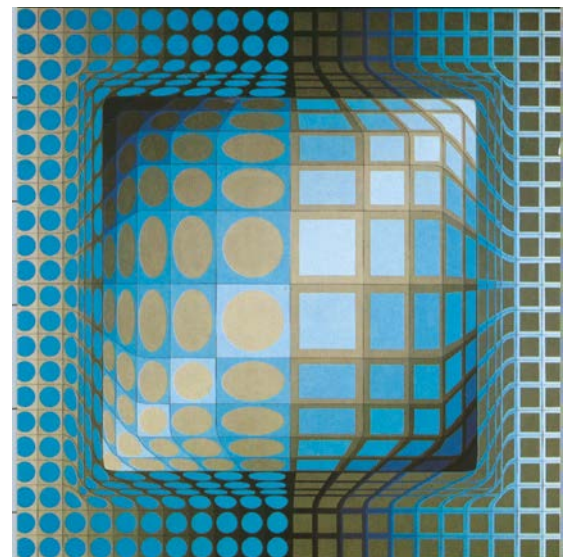


Abbildung 4

So entscheide ich, welche der Abbildungen 1 bis 4 achsensymmetrisch oder punktsymmetrisch sind:

4 Symmetrien entdecken und untersuchen



4.1 Welche Symmetrie haben die Logos?



Achsensymmetrie: _____

Punktsymmetrie: _____

Asymmetrie: _____

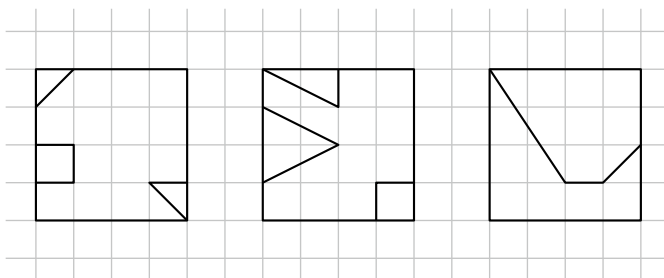


4.3 A Ergänze jede Figur so, dass sie achsensymmetrisch wird.

Figur 1

Figur 2

Figur 3



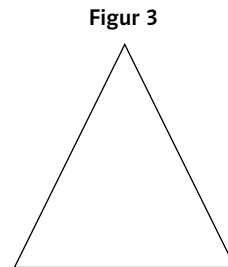
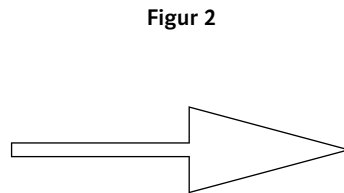
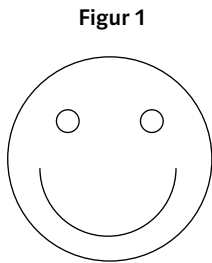
B Erfinde ein eigenes Muster und ergänze.



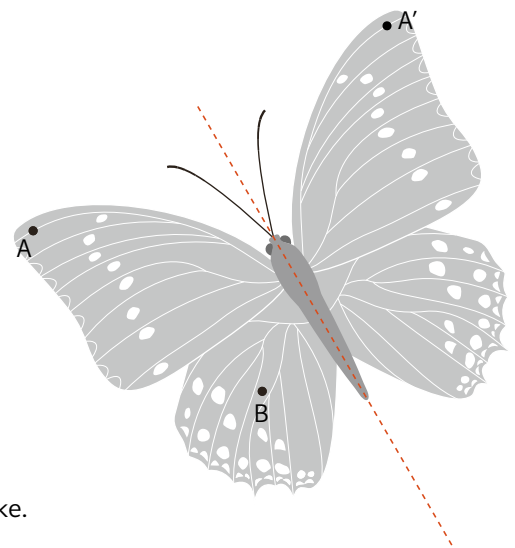
5 Achsensymmetrie und Punktsymmetrie unterscheiden



5.1 Zeichne die Symmetrieachse ein.



- 5.3 **A** Im Schmetterling ist A der Originalpunkt und A' der gespiegelte Bildpunkt. Zeichne den Bildpunkt B'.
- B** Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt. Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.



- C** Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe. Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke. Notiere deine Beobachtungen.



5.4 Auf der Spielkarte ist der Originalpunkt A und der Bildpunkt A' eingezeichnet.

- A Wähle einen weiteren Originalpunkt B und zeichne den Bildpunkt B'.
- B Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt. Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.

- C Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe. Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke.



4 Symmetrien entdecken und untersuchen



4.2 Welche Symmetrie haben die Logos?



Achsensymmetrie: _____

Punktsymmetrie: _____

Drehsymmetrie: _____

Asymmetrie: _____

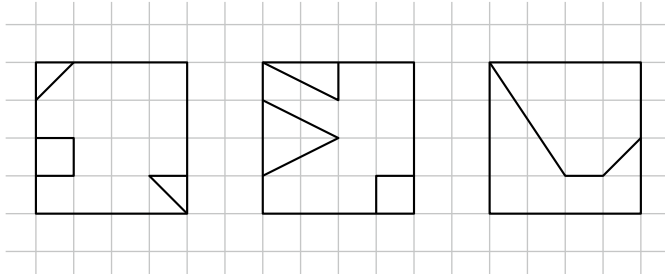


4.3 A Ergänze jede Figur so, dass sie achsensymmetrisch wird.

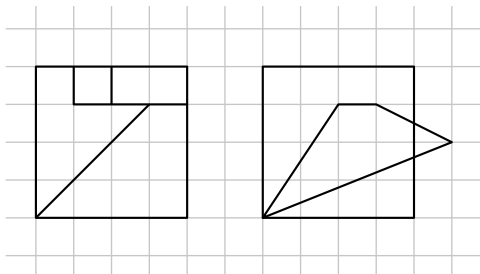
Figur 1

Figur 2

Figur 3



B Erfinde ein eigenes Muster und ergänze.



C Ergänze jede Figur so, dass sie symmetrisch wird.

D Welche Symmetrien hast du gezeichnet? Benenne sie.

5 Achsensymmetrie und Punktsymmetrie unterscheiden

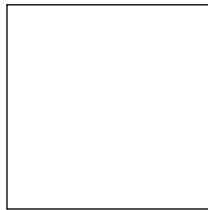


5.2 A Zeichne die Symmetrieachse(n) ein.

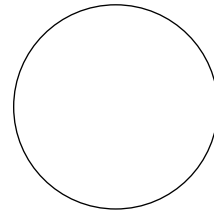
Figur 1



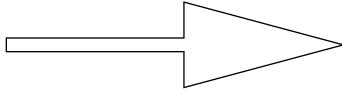
Figur 2



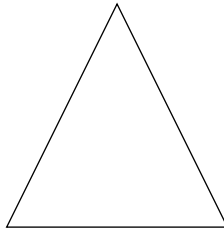
Figur 3



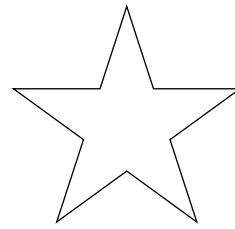
Figur 4



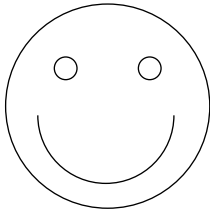
Figur 5



Figur 6



Figur 7



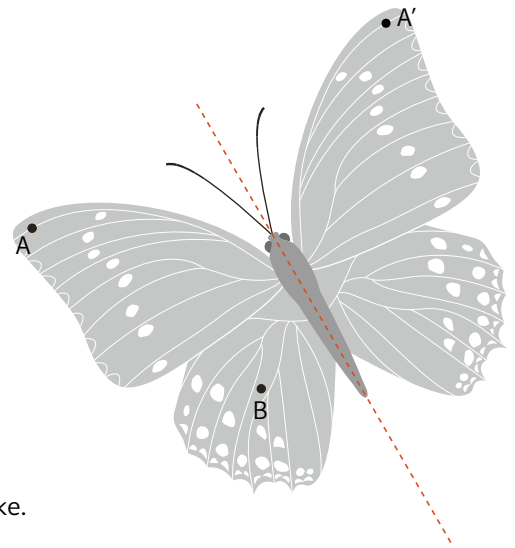
B Markiere die punktsymmetrischen Figuren mit einer Farbe.





5.3 A Im Schmetterling ist A der Originalpunkt und A' der gespiegelte Bildpunkt. Zeichne den Bildpunkt B'.

B Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt. Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.



C Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe. Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke. Notiere deine Beobachtungen.



5.4 Auf der Spielkarte ist der Originalpunkt A und der Bildpunkt A' eingezeichnet.

A Wähle einen weiteren Originalpunkt B und zeichne den Bildpunkt B'.

B Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt. Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.

C Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe. Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke.



4 Symmetrien entdecken und untersuchen



4.1 Welche Symmetrie haben die Logos?



Achsensymmetrie: _____

Punktsymmetrie: _____

Asymmetrie: _____

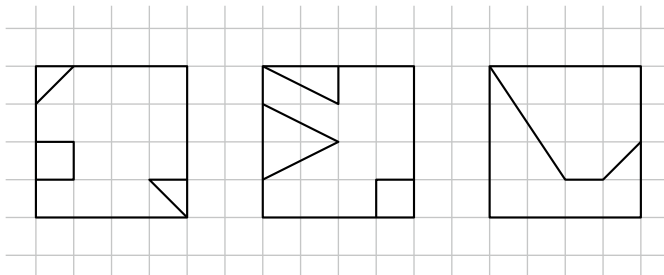


4.3 A Ergänze jede Figur so, dass sie achsensymmetrisch wird.

Figur 1

Figur 2

Figur 3



B Erfinde ein eigenes Muster und ergänze.

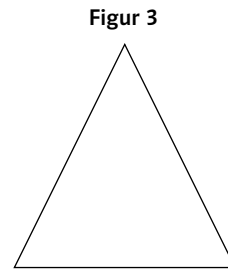
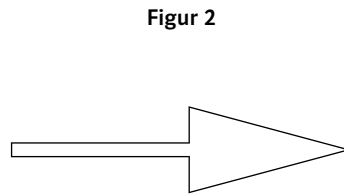
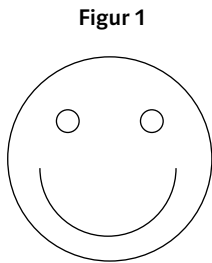


5 Achsensymmetrie und Punktsymmetrie unterscheiden



Lösungen

5.1 Zeichne die Symmetrieachse ein.

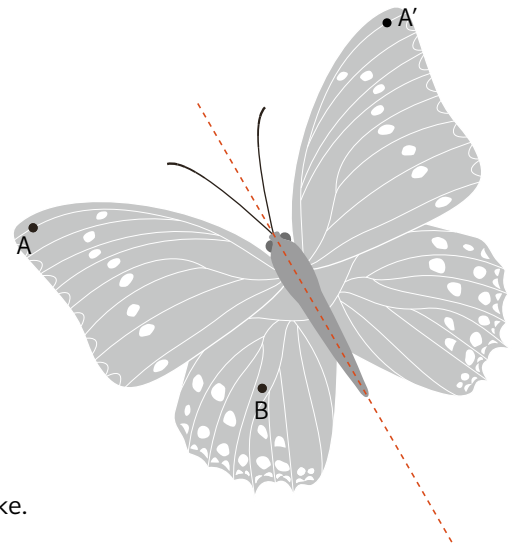


Lösungen

5.3 A Im Schmetterling ist A der Originalpunkt und A' der gespiegelte Bildpunkt. Zeichne den Bildpunkt B'.

B Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt.
Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.

C Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe.
Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke.
Notiere deine Beobachtungen.



5.4 Auf der Spielkarte ist der Originalpunkt A und der Bildpunkt A' eingezeichnet.

- A Wähle einen weiteren Originalpunkt B und zeichne den Bildpunkt B'.
- B Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt. Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.

- C Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe. Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke.



4 Symmetrien entdecken und untersuchen



4.2 Welche Symmetrie haben die Logos?



Achsensymmetrie: _____

Punktsymmetrie: _____

Drehsymmetrie: _____

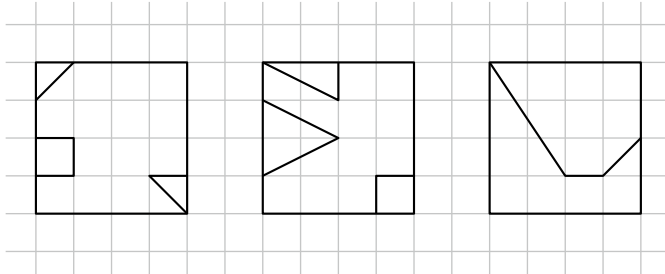
Asymmetrie: _____

4.3 A Ergänze jede Figur so, dass sie achsensymmetrisch wird.

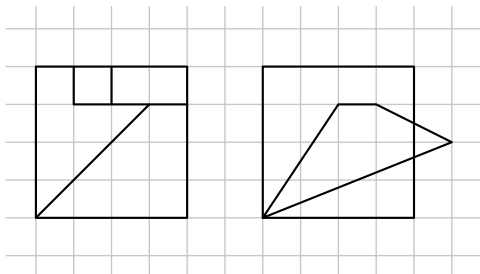
Figur 1

Figur 2

Figur 3



B Erfinde ein eigenes Muster und ergänze.



C Ergänze jede Figur so, dass sie symmetrisch wird.

D Welche Symmetrien hast du gezeichnet? Benenne sie.

5 Achsensymmetrie und Punktsymmetrie unterscheiden

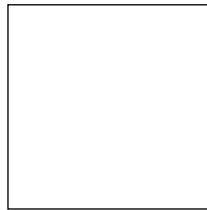


5.2 A Zeichne die Symmetrieachse(n) ein.

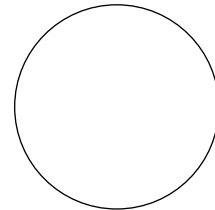
Figur 1



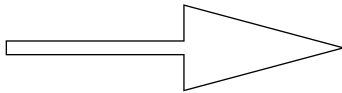
Figur 2



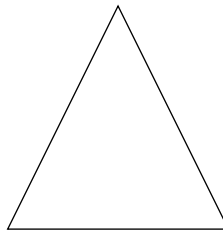
Figur 3



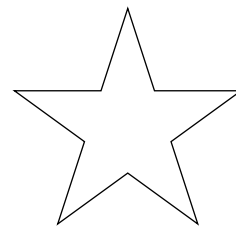
Figur 4



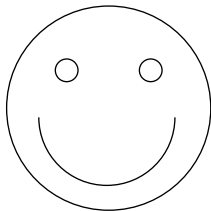
Figur 5



Figur 6



Figur 7

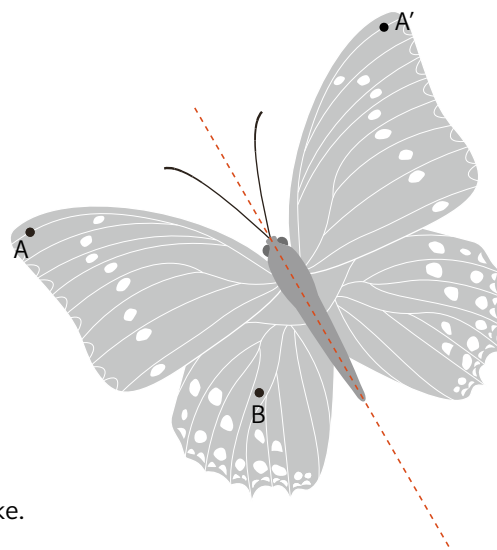


B Markiere die punktsymmetrischen Figuren mit einer Farbe.



5.3 A Im Schmetterling ist A der Originalpunkt und A' der gespiegelte Bildpunkt. Zeichne den Bildpunkt B'.

B Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt. Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.



C Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe. Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke. Notiere deine Beobachtungen.

5.4 Auf der Spielkarte ist der Originalpunkt A und der Bildpunkt A' eingezeichnet.

A Wähle einen weiteren Originalpunkt B und zeichne den Bildpunkt B'.

B Verbinde mit einer Farbe jeden Originalpunkt mit seinem Bildpunkt. Beschreibe, wie die Verbindungsstrecken liegen.

C Wähle einen dritten Originalpunkt C und zeichne das Dreieck ABC in einer weiteren Farbe. Zeichne das Bilddreieck A'B'C'. Vergleiche die beiden Dreiecke.



Produktbewertung «Symmetrische Spielkarten herstellen»

Zur Durchführung

Zu Aufgabe 5 wird eine Produktbewertung angeregt, die im Anschluss an die Bearbeitung der Aufgaben 4 oder 5 erfolgen kann. Die SuS arbeiten allein. Dabei entstehen Produkte, die kriteriengestützt erarbeitet werden können. Die Kriterien werden mit den SuS zu Beginn der Lektion diskutiert. Da die Begriffe bereits im TB erarbeitet wurden, wird es den SuS leichter fallen, die Kriterien zu verstehen.

Aufgabe

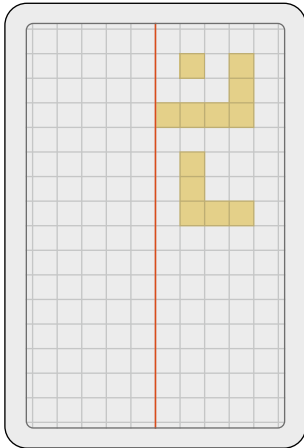
Die Aufgabenstellung ergibt sich aus dem Kriterienraster.

Material

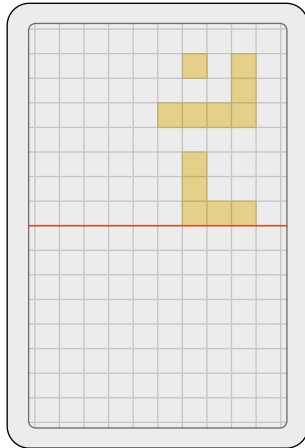
Evtl. Spiegel

Produktbewertung «Symmetrische Spielkarten herstellen»

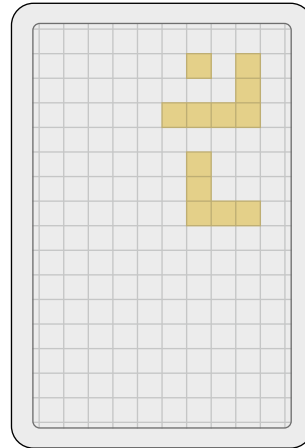
Ergänze und zeichne die Spielkarten nach den Anweisungen im Kriterienraster.



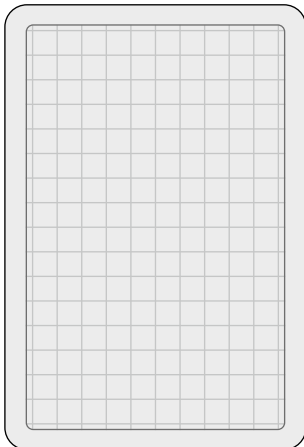
Spielkarte 1



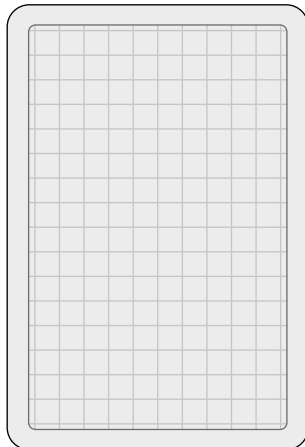
Spielkarte 2



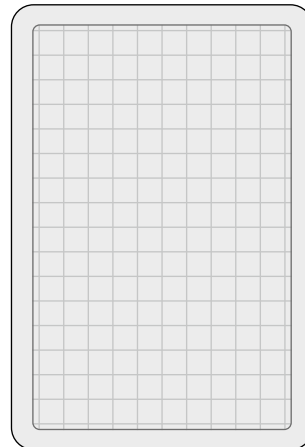
Spielkarte 3



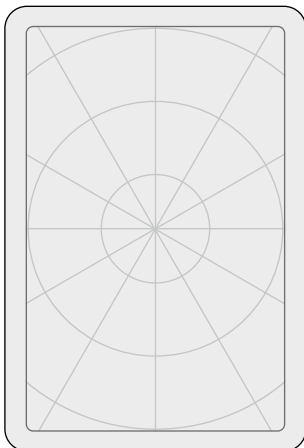
Spielkarte 4



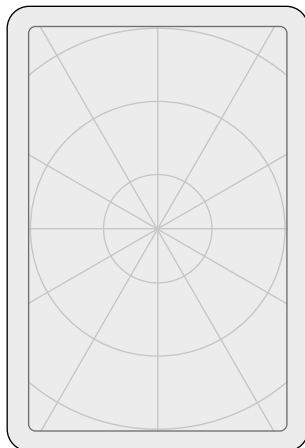
Spielkarte 5



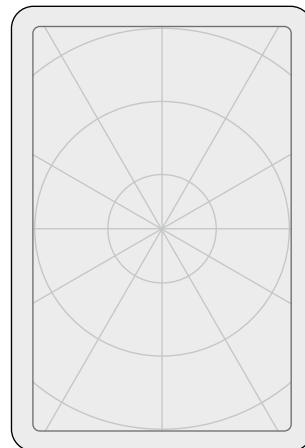
Spielkarte 6



Spielkarte 7



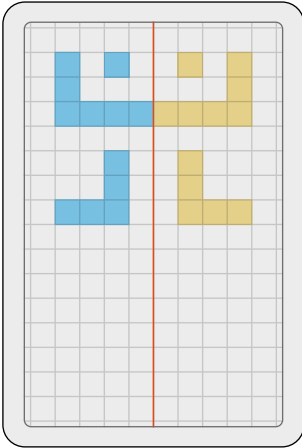
Spielkarte 8



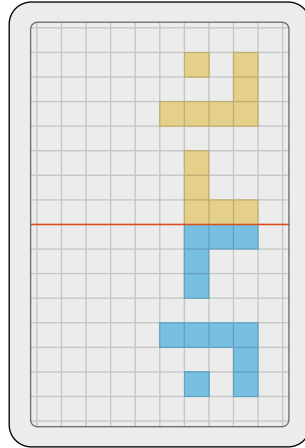
Spielkarte 9

Lösungen

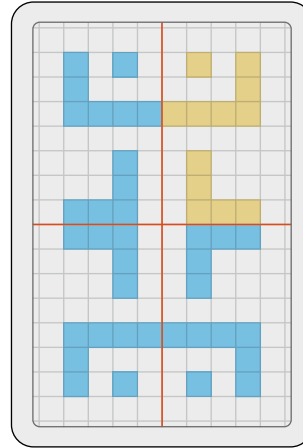
e1 Es sind auch andere Lösungen denkbar.



Spielkarte 1



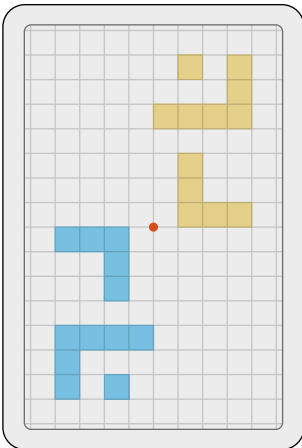
Spielkarte 2



Spielkarte 3

e2 Die Symmetrieachsen sind rot eingezeichnet.

e3 Es sind auch andere Lösungen denkbar.



w1 bis a3

Die Lösungen von w1 bis a3 sind individuell.

Produktbewertung «Symmetrische Spielkarten herstellen»

G: Markiere 5 Kriterien, die du bearbeiten willst.

E: Markiere 6 Kriterien, die du bearbeiten willst. Es dürfen nur 2 Kriterien zum Einstieg gewählt werden.

bearbeitet		erfüllt	teilweise erfüllt	nicht erfüllt
Kriterien zum Einstieg				
<input type="checkbox"/>	e1 Du ergänz die Spielkarte 1 so, dass sie achsensymmetrisch wird. Die Symmetrieachse ist rot eingezeichnet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	e2 Du ergänz die Spielkarte 2 so, dass sie achsensymmetrisch wird. Die Symmetrieachse ist rot eingezeichnet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	e3 Du ergänz die Spielkarte 3 so, dass sie punktsymmetrisch wird. Es dürfen keine Symmetrieachsen vorkommen, nur ein Sym	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Weiterführende Kriterien				
<input type="checkbox"/>	w1 Du zeichnest eine eigene Spielkarte 4 mit genau einer Symmetrieachse. Es müssen mindestens 30 Quadrate gefärbt sein.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	w2 Du zeichnest eine eigene Spielkarte 5 mit genau zwei Symmetrieachsen. Es müssen mindestens 30 Quadrate gefärbt sein.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	w3 Du zeichnest eine eigene Spielkarte 6, die punktsymmetrisch ist. Es dürfen keine Symmetrieachsen vorkommen, nur ein Symmetriezentrum. Es müssen mindestens 30 Quadrate gefärbt sein.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Anspruchsvolle Kriterien				
<input type="checkbox"/>	a1 Du zeichnest eine eigene Spielkarte 7, die drehsymmetrisch ist. Der Drehwinkel soll 120° betragen. Es dürfen keine Symmetrieachsen vorkommen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	a2 Du zeichnest eine eigene Spielkarte 8, die drehsymmetrisch ist. Der Drehwinkel soll 60° betragen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	a3 Du zeichnest eine eigene Spielkarte 9, die drehsymmetrisch ist. Der Drehwinkel soll 120° betragen. Es müssen auch Symmetrieachsen vorkommen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Bewertung Grundanspruch (G)

Genügend: Du erfüllst 3 Kriterien.

Gut: Du erfüllst 4 Kriterien.

Sehr gut: Du erfüllst mindestens 5 Kriterien.

Bewertung Erweiterter Anspruch (E)

Genügend: Du erfüllst 4 Kriterien.

Gut: Du erfüllst 5 Kriterien.

Sehr gut: Du erfüllst mindestens 6 Kriterien.

Symmetrien entdecken und untersuchen

E O V

Materialien

- evtl. Spiegel
- KV 1G4A Symmetrien in App-Icons

Vereinfachen**für Lernfortschritt 1**

- Sich weitgehend oder vorerst auf achsensymmetrische Figuren beschränken.

Mögliches Vorgehen

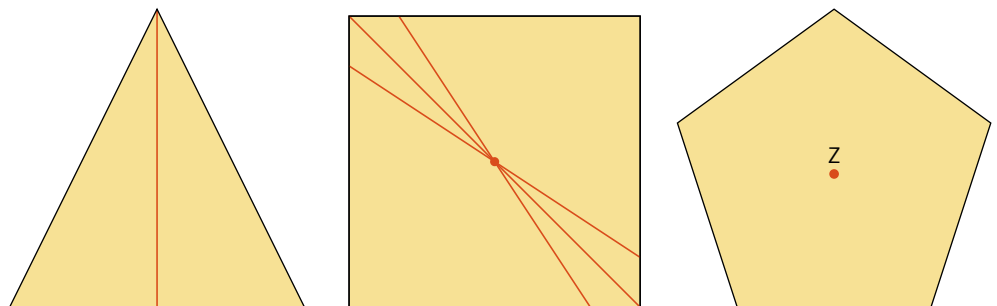
Im Zentrum stehen die Eigenschaften der Achsen- und Punktsymmetrie, sowie der Drehsymmetrie und der Asymmetrie und nicht die Kongruenzabbildungen. Diese werden in Aufgabe 6 thematisiert.

In dieser Aufgabe werden Icons von Apps auf dem Smartphone oder Tablet nach Symmetrien untersucht. Die SuS schneiden die Icons aus der KV aus und ordnen sie den vier Kategorien (Achsensymmetrie, Punktsymmetrie, Drehsymmetrie, Asymmetrie) zu. Sie begründen ihre Zuordnungen sorgfältig mithilfe der Erklärungen im TB. Das Einzeichnen von Symmetrieachsen und Symmetriezentren kann dabei ebenfalls helfen.

Da die Begriffe Punktsymmetrie, Drehsymmetrie und Asymmetrie neu auftauchen, können diese drei Kategorien anhand von Beispielen vorbesprochen werden. Um die Eigenschaften der Icons zu beschreiben, werden im Gespräch und in Notizen nach Möglichkeit Adjektive verwendet (achsensymmetrisch, punktsymmetrisch, drehsymmetrisch, asymmetrisch). Die Farbgebung der Icons ist für einige SuS eine Hürde, da sie die Symmetrie massgeblich beeinflusst. Deshalb entscheidet die LP, ob die Symmetrien der Icons mit oder ohne Einbezug der Farben diskutiert werden, oder sie nutzt diesen Umstand zur Differenzierung aus. Ebenfalls ist denkbar, die Icons zu verändern, sodass sie symmetrisch werden.

Zur Sache

Die Figuren der nachfolgenden Abb. sind in sich symmetrisch, im Gegensatz zur Aufgabe 6, wo die Figuren zueinander symmetrisch sind.



Drehsymmetrie bei einem regulären Fünfeck: Drehungen um Z mit 72° , 144° , 216° , 288° bringen das Fünfeck wieder zur Deckung. Drehungen um 0° und 360° bringen jede Figur (wieder) zur Deckung mit sich selbst. Daher muss bei der Definition der Drehsymmetrie ausgeschlossen werden, dass es eine Drehung von 360° ist, die die Figur wieder mit sich selbst zur Deckung bringt. Der Drehwinkel muss bei einer drehsymmetrischen Figur grösser 0° und kleiner 360° sein.

Das Wort «Symmetrie» entstammt dem Altgriechischen $\sigma\mu\mu\epsilon\theta\rho\iota\alpha$ (symmetria), was so viel wie «Eben-» oder «Gleichmass» bedeutet, und in der Geometrie auf eine Regelmässigkeit im Aufbau einer Figur hinweist. Es handelt sich um einen Begriff, der im Alltag auftritt und sowohl in der Mathematik als auch im Mathematikunterricht eine grosse Rolle spielt. Definition Symmetrie: Eine Figur ist symmetrisch, wenn sie durch eine Kongruenzabbildung (Achsen Spiegelung, Drehung, Verschiebung, Schub Spiegelung) auf sich selbst abgebildet werden kann.

Die Punkt Spiegelung ist ein Spezialfall der Drehung, da sie involutorisch ist. Sie entspricht einer Drehung um 180° .

5

Achsen- und Punktsymmetrie unterscheiden

E O V

Materialien

- Smartphone, Tablet oder Computer
- GG 1G5B Spielkarten
- KV 1G5B Spielkarten

Vereinfachen für Lernfortschritt 1

- Auf Eigenschaften zur Achsensymmetrie beschränken.

Produktbewertung

- Zu dieser Aufgabe gibt es eine Produktbewertung

Mögliches Vorgehen

Im Zentrum stehen die Eigenschaften der Achsen- und Punktsymmetrie und nicht die Kongruenzabbildungen, die in Aufgabe 6 thematisiert werden.

Lernimpuls A wiederholt zu grossen Teilen Inhalte aus dem 2. Zyklus. Das Sammeln von Abbildungen und Fotos, die achsensymmetrisch sind, kann als vorbereitende Hausaufgabe gestellt werden, die Überprüfung auf Achsensymmetrie geschieht im Unterricht. Die Aufgabe kann mithilfe des Computers bearbeitet werden, es muss dafür ausreichend Zeit eingeplant werden. Als Produkt kann eine Bildreihe aller möglicher Kombinationen der Gesichtshälften entstehen:

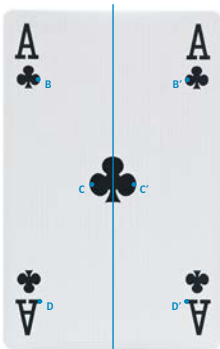
- Bild A: Original
- Bild B: Spiegelung der linken Gesichtshälfte des Originals
- Bild C: Spiegelung der rechten Gesichtshälfte des Originals
- Bild D: Spiegelbild des Originals

Im Anschluss kann die Bilderreihe einer anderen Person überreicht werden. Diese versucht, das Originalfoto zu bestimmen.

Wichtig: Die LP prüft und entscheidet, ob mit einem eigenen Bild oder mit anderen Bildern gearbeitet werden kann, da sich allenfalls unangenehme Situationen ergeben können.

Lernimpuls B thematisiert die Punktsymmetrie. Ziel ist es einerseits, Achsen- und Punktsymmetrie zu unterscheiden und andererseits, Eigenschaften der Achsen- und Punktsymmetrie zu benennen und zu erläutern (siehe «Zur Sache»).

B lässt sich alternativ digital lösen. Die SuS erkunden mithilfe des Applets die verschiedenen Symmetrien der Spielkarten.



Zur Sache

Die Spielkarten sind «in sich» symmetrisch. Werden jedoch Figuren (hier Dreiecke) eingezeichnet, sind die Dreiecke «zueinander» symmetrisch.

Eigenschaften der Achsensymmetrie (Kreuz-Ass):

- Originalpunkt und Bildpunkt sind gleich weit von der Symmetrieachse (rot) entfernt
- Die Verbindungsstrecken (blau) zwischen Original und Bildpunkt sind senkrecht zur Symmetrieachse (rot).
- Der Umlaufsinn ändert sich (grüne Dreiecke: DCB wird zu D'B'C'). Diese Eigenschaft muss hier noch nicht thematisiert werden.

Eigenschaften der Punktsymmetrie (Herz-Dame):

- Originalpunkt und Bildpunkt sind gleich weit entfernt vom Symmetriezentrum Z (rot).
- Die Verbindungsstrecken (blau) zwischen Original und Bildpunkt gehen durch das Symmetriezentrum Z (rot).
- Die Figur ist identisch, wenn sie 180° um das Symmetriezentrum gedreht wird (Spezialfall einer Drehsymmetrie).
- Der Umlaufsinn ändert sich nicht (grüne Dreiecke: DCB wird zu D'C'B'). Diese Eigenschaft muss hier noch nicht thematisiert werden.

Das Ecke-Ass ist sowohl achsensymmetrisch (zwei Symmetrieachsen) als auch punktsymmetrisch. Da die beiden Symmetrieachsen senkrecht aufeinander stehen, ist die Figur nach einer Drehung um 180° identisch mit der Originalfigur. Somit ist die Figur auch punktsymmetrisch.

Hinweis: Die Begriffe «Symmetrieachse» und «Symmetriezentrum» sind gebräuchlicher, wenn Symmetrien von Figuren untersucht werden. Die Begriffe «Spiegelachse» und «Spiegelzentrum» werden hauptsächlich im Zusammenhang mit Kongruenzabbildungen verwendet.

han@iss: Lösungen schaffe ich heute nicht mehr. Das kann Eva noch machen, falls ihr das möchte.